**Міністерство освіти і науки України  
Дніпровський національний університет   
імені Олеся Гончара**

Методичні рекомендації

до самостійної роботи з дисципліни

«Обчислювальна геометрія та комп’ютерна графіка»

з дисципліни «Інформаційні та комунікаційні технології»

**2023Міністерство освіти і науки України  
Дніпровський національний університет   
імені Олеся Гончара**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**Кафедра компʼютерних технологій**

Методичні рекомендації

до самостійної роботи з дисципліни

«Обчислювальна геометрія та комп’ютерна графіка»

*Ухвалено на вченій раді*

*протокол №*

*від 2023 р.*

**Дніпро**

**РВВ ДНУ**

**2023**

Наведено методичні рекомендації для самостійної роботи для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня спеціальності 113 Прикладна математика.

Даються рекомендацію щодо самостійної роботи по темах дисципліни, питання для самоконтролю знань, розглянуті приклади розв’язання задач контрольної роботи з дисципліни.

Темплан 2023, поз.

Методичні рекомендації

до самостійної роботи з дисципліни

«Обчислювальна геометрія та комп’ютерна графіка»

Укладачі:

канд. физ.-мат. наук, доц. Н.І. Степанова,

асист. Д.І. Єгошкін

Технічний редактор

Підписано до друку Формат 60х84/16. Папір друкарський.

Друк плоский. Ум. друк. арк. 1,4. Ум. Фарбовідб. 1,4. Обл.- вид. арк. 1,5.

Тираж 20 пр. Зам. №

РВВ ДНУ, просп. Гагаріна, 72, м. Дніпро, 49010.

ПП «Ліра ЛТД», вул. Наукова, 5, м. Дніпро, 49107.

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру

Серія ДК № 6042 від 26.02.2018

ЗМІСТ

[ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З ДИСЦИПЛІНИ 4](#_Toc132362039)

[ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ 5](#_Toc132362040)

[МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З ТЕМ ТА ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ 8](#_Toc132362041)

[Тема 1 8](#_Toc132362042)

[Тема 2 9](#_Toc132362043)

[Тема 3 10](#_Toc132362044)

[Тема 4 11](#_Toc132362045)

[Тема 5 12](#_Toc132362046)

[Тема 6 14](#_Toc132362047)

[Тема 7 15](#_Toc132362048)

[Тема 8 16](#_Toc132362049)

[Тема 9 17](#_Toc132362050)

[Тема 10 18](#_Toc132362051)

[Тема 11 19](#_Toc132362052)

[Тема 12 20](#_Toc132362053)

[Тема 13 21](#_Toc132362054)

[ПРИКЛАДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ 22](#_Toc132362055)

[ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ 26](#_Toc132362056)

# ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З ДИСЦИПЛІНИ

У відповідності до Положення про організацію освітнього процесу в Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара зміст самостійної роботи з дисципліни визначається її робочою програмою, методичними матеріалами, завданнями та вказівками викладача, проведення самоконтролю з боку студентів.

Навчальний матеріал дисципліни, передбачений робочим навчальним планом для засвоєння студентом у процесі самостійної роботи, виноситься на підсумковий контроль поряд з навчальним матеріалом, який опрацьовувався під час проведення аудиторних занять.

Зміст самостійної роботи студента з даної дисципліни складається з таких видів роботи:

* підготовка до аудиторних занять (лекцій та практичних занять);
* виконання практичних завдань протягом семестру;
* самостійне опрацювання окремих питань в темах навчальної дисципліни;
* розробка алгоритмів, що реалізують методи розв’язання окремих задач;
* програмна реалізація алгоритмів з використанням сучасних технологій програмування.

# ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ

**«Обчислювальна геометрія та комп’ютерна графіка»**

Метою і завданням навчальної дисципліни «Обчислювальна геометрія та комп’ютерна графіка» є ознайомлення з одним із основних наукових напрямків у галузі комп’ютерних технологій «Обчислювальна геометрія» та оволодіння технологією розв’язання широкого класу практичних задач комп’ютерної графіки за допомогою методів, підходів та алгоритмів обчислювальної геометрії.

В межах дисципліни розглядаються принципи формування та візуалізації зображень на екрані комп’ютера, а також можливості створення графічних систем за допомогою бібліотеки OpenGL.

Вивчення дисципліни буде сприяти формуванню у студентів здатності:

* вчитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузі, відмінній від професійної;
* застосовувати професійні знання й уміння на практиці;
* адаптуватися до різних професійних ситуацій, проявляти творчий підхід, ініціативу;
* ефективно використовувати комп’ютерні та інформаційні технології в професійній діяльності;
* використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;
* математично формалізувати постановку задачі;
* створювати адекватні матема­тичні та комп’ютерні моделі складних систем і процесів на основі поло­жень наукових теорій та відомостей про об’єкт дослідження, прогнозувати поведін­ку систем та подальший хід процесів на основі аналізу відповідних моделей, визначати межі застосування побудованих моделей;
* обирати та застосовувати математичні методи для розв’язання практичних задач дослідження, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень;
* експлуатувати та обслуговувати програмне забезпечення автоматизованих та інформаційних систем різного призначення;
* до пошуку, систематичного вивчення та аналізу науково-технічної інформації, вітчизняного й закордонного досвіду, пов’язаного із застосуванням математичних методів для дослідження різноманітних процесів, явищ та систем;
* сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі та обирати метод її розв’язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент знатиме математичні основи комп’ютерної графіки, а саме:

* основні алгоритми обчислювальної геометрії, які використовуються у комплексі обчислень, що призводять до формування на екрані комп’ютера фінального зображення (алгоритм локалізації точки, регіонального пошуку, побудови опуклої оболонки, алгоритм орієнтації множини точок відносно заданого полігону тощо);
* основи моделювання об’єктів на площині та в просторі;
* базові алгоритми растеризації та геометричних перетворень;
* методи видалення невидимих ліній та поверхонь;
* алгоритми зафарбовування об’єктів.

Студент навчиться створювати геометричні моделі об’єктів, працювати з графічними бібліотеками при програмуванні на мовах високого рівня, розробляти програмне забезпечення для 3D візуалізації на основі бібліотеки OpenGL.

Теоретичною та методологічною базою вивчення дисципліни «Обчислювальна геометрія та комп’ютерна графіка» є дисципліни загальної та професійної підготовки: «Алгебра та геометрія», «Алгоритми і структури даних», «Програмування».

**Зміст дисципліни передбачає вивчення таких тем:**

|  |  |
| --- | --- |
| Тема | Основні питання теми |
| 1 | Обчислювальна геометрія та комп’ютерна графіка як наукові дисципліни |
| 2 | Типи графічних зображень, їх особливості та напрямки використання |
| 3 | Системи виведення графічної інформації. Відеорежими растрових дисплеїв |
| 4 | Світло і колір. Основи теорії кольору. Колірні моделі в комп’ютерній графіці |
| 5 | Геометричні задачі комп’ютерної графіки |
| 6 | Базові геометричні перетворення. Системи координат у комп’ютерній графіці. Вироджені та невироджені перетворення |
| 7 | Проектування. Основні типи проекцій. Математичний опис плоских геометричних проекцій |
| 8 | Базові алгоритми растерізації ліній. Алгоритми Брезенхема для лінії, кола та еліпса |
| 9 | Алгоритми зафарбовування фігур |
| 10 | Задачі інтерполяції й апроксимації у комп’ютерній графіці. Сплайни. Крива Безьє |
| 11 | Моделі опису поверхонь: аналітична модель, векторна полігональна і воксельна моделі |
| 12 | Алгоритми видалення невидимих ліній і поверхонь  *Методи реалістичної візуалізації тривимірних сцен. Каркасна візуалізація. Показ із видаленням невидимих точок. Сортування граней за глибиною. Метод плаваючого горизонту. Метод Z-буфера.* |
| 13 | Моделювання освітлення об’єктів: дзеркальне відбиття, дифузне розсіювання світла  Моделювання освітлення об’єктів: дзеркальне відбиття, дифузне розсіювання світла. Метод Гуро. Метод Фонга. Методи трасування променів. |

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З ТЕМ ТА ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

## Тема 1

***Обчислювальна геометрія та комп’ютерна графіка як наукові дисципліни***

При опрацюванні теми слід звернути увагу на основні історичні етапи формування обчислювальної геометрії як математичної бази комп’ютерної графіки і взаємозв’язок між зазначеними науковими напрямками.

Система основних понять включає як геометричні поняття, так і терміни комп’ютерних технологій, пов’язані зі створенням і візуалізацією цифрових зображень.

*Контрольні питання і навчальні завдання до теми 1:*

* Коли були закладені теоретичні основи для формування обчислювальної геометрії?
* Які видатні вчені внесли вклад у становлення обчислювальної геометрії?
* У чому значення трактату Евкліда «*Elementa*»?
* Який вплив мала *Ерланська програма* Фелікса Клейна на оформлення обчислювальної геометрії як науки?
* Які основні типи геометричних задач, які використовуються у процесах побудови зображень просторових сцен, вам відомі?
* Що таке алгоритм?
* Як визначити складність алгоритму?
* У яких галузях, окрім комп’ютерної графіки, застосовуються алгоритми обчислювальної геометрії?
* Коли з’явилися перші пристрої виведення комп’ютерних зображень?
* Що таке цифрове зображення?
* Які типи цифрових зображень вам відомі?
* Що таке геометричний примітив?
* У чому різниця між центральним і графічним процесорами?
* Що таке рендеринг?
* У який спосіб задається інформація про об’єкти просторової сцени?
* Що таке графічний конвеєр (*Graphics pipeline*)?
* Назвіть основні напрямки використання досягнень комп’ютерної графіки.

*Література до теми 1:* [1–5, 7, 9, 13, 14].

*Корисні посилання за темою:*

<https://www.sworld.education/konfer22/834.htm>

<https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fitki/8romanyuk_komp_grafika/zmg1/zmg/41.htm>

## Тема 2

***Типи графічних зображень, їх особливості та напрямки використання***

При знайомстві з матеріалом даної теми слід звернути увагу на параметри класифікації графічних зображень, основні відмінності між векторними і растровими зображеннями, а також на особливості кожного з типів зображень, які визначають сферу їх використання.

*Контрольні питання і навчальні завдання до теми 2:*

* Які типи класифікацій цифрових зображень вам відомі?
* Що таке 3D-графіка?
* Які операції потрібно виконати, щоб отримати образ просторової сцени на екрані комп’ютера?
* Який з типів графічних зображень, векторне чи растрове, виник раніше і чому?
* Як подається векторне зображення у пам’яті обчислювальної системи?
* Які переваги та недоліки векторного зображення?
* У яких галузях використовується векторна графіка?
* Як подається растрове зображення у пам’яті комп’ютера?
* Які характеристики растрових зображень вам відомі?
* Що таке роздільна здатність растрового зображення і як вона вимірюється?
* Як кодується колір пікселя?
* Як пов’язані глибина кольору і максимальна можлива кількість кольорів у зображенні?
* Порівняйте растрове і векторне зображення за наступними критеріями: елемент зображення, швидкість обробки, розмір файлу, спосіб подання, реалістичність зображення.
* Які переваги та недоліки растрового зображення?
* У яких напрямках використовується растрова графіка?
* Назовіть найбільш популярні формати для запису векторних і растрових зображень.
* Що таке фрактал?
* Як будується фрактальне зображення?
* Опишіть алгоритм побудови кривої Коха.
* Де використовуються фрактали?

*Література до теми 2:* [3–5, 7, 10, 12].

*Корисні посилання за темою:*

<https://www.slideshare.net/ssuser3b95b7/1-18033315>

<https://sites.google.com/site/informatika324/komp-uterna-grafika-ta-ieie-vidi>

## Тема 3

***Системи виведення графічної інформації. Відеорежими растрових дисплеїв***

При опрацюванні теми слід звернути увагу на основні етапи розвитку засобів виведення графічної інформації та їх технічні характеристики. Дослідити питання про те, наскільки параметри популярних графічних пристроїв задовольняють потреби користувачів щодо реалістичності зображень.

*Контрольні питання і навчальні завдання до теми 3:*

* Які типи систем виведення графічної інформації вам відомі?
* Коли і для чого був створений перший векторний дисплей?
* Опишіть спосіб формування зображення на векторному дисплеї.
* Як створюється зображення на растровому дисплеї?
* Що таке відеоадаптер?
* Надайте характеристику таким відеорежимам: бінарний, однобайтовий, High Color, True Color, Deep Color. В чому між ними різниця і для чого вони зараз використовуються?
* Що таке роздільна здатність пристрою графічного виведення?
* У яких одиницях вимірюється роздільна здатність графічних пристроїв: дисплеїв, сканерів, фотокамер, принтерів?
* Як оцінити значення роздільної здатності популярних пристроїв графічного виведення, які б не дозволили людському оку побачити різницю між аналоговим і цифровим зображенням?
* Які існують методи подолання сходинкового ефекту під час виведення зображення на растровому дисплеї?
* Які типи принтерів ви знаєте? Охарактеризуйте ці типи.
* Які вам відомі методи подолання недостатньої кількості кольорів під час друку зображень на принтерах?

*Література до теми 3:* [3–5, 7, 8, 10, 14].

*Корисні посилання за темою:*

<http://informat.in.ua/pristro%D1%97-vivedennya-informaci%D1%97.html>

<https://pidru4niki.com/1913021047744/informatika/pristroyi_vivodu_informatsiyi>

<https://studwood.net/1652125/informatika/pristroyi_vivedennya_grafichnoyi_informatsiyi>

## Тема 4

***Світло і колір. Основи теорії кольору. Колірні моделі в комп’ютерній графіці***

Для розуміння даної теми слід пригадати відомості щодо фізичного розповсюдження світлового потоку, характеристики випромінювання, зв’язок між довжиною і частотою випромінювання. Також рекомендується познайомитися з експериментами видатних вчених, пов’язаних зі світлом та сприйняттям кольору, а саме:

* дослідження світла та його сприйняття людським оком І. Ньютона, його трактат *Hypothesis Concerning Light and Colors* (*Гипотези про світло і колір*), експерименти щодо дисперсії світлового потоку, 1666-1675рр.;
* експерименти Т. Юнга щодо сприйняття кольорів людським оком, 1807 р.;
* дослідження Г. Гельмгольца, експериментальне підтвердження трикомпонентної теорії Юнга, 1850 р.;
* трикутник Дж. Максвела як одна з перших колірних моделей, 1872 р.;
* колірне коло І. Іттена як психофізіологічна колірна модель, напрями її застосування.

В рамках вивчення матеріалу теми потрібно розглянути основи колометрії як науки про колір і методи вимірювання кольорів, аксіоми Грассмана щодо змішування кольорів, сприйняття суміші кольорів людським оком, лінійну незалежність трьох базових кольорів.

Розгляньте популярні колірні системи, їх характеристики та напрямки застосування: RGB, CMYK, CIE XYZ, HSB, HSV, CIE LAB.

*Контрольні питання і навчальні завдання до теми 4:*

* Що таке світло?
* Чому людина бачить навколишній світ різнокольоровим?
* Які фізичні закономірності щодо розповсюдження світлового променю вам відомі?
* Які експерименти зі світлом та кольорами вам відомі?
* Що є теоретичною базою колометрії?
* Сформулюйте аксіоми Грассмана, які стосуються результату змішування кількох кольорів;
* Опишіть колірну модель RGB та надайте відповіді на питання:
  + Чому її називають адитивною?
  + У чому переваги та недоліки моделі?
  + Для яких цілей застосовується модель RGB?
* Опишіть колірну модель CMYK та надайте відповіді на питання:
  + Чому її називають субстрактивною?
  + Які її особливості?
  + Чому у цій моделі у якості базових використовується чотири кольори?
  + У чому переваги та недоліки моделі?
  + Для яких цілей застосовується модель CMYK?
* Поясніть, що являє собою модель CIE XYZ і дайте відповіді на питання:
  + З якою метою було розроблено модель CIE XYZ?
  + Які кольори є базовими у цій моделі?
  + Для яких цілей застосовується модель CIE XYZ?
* Що таке хроматична діаграма (діаграма колірності) і що вона відображає?
* Опишіть колірні моделі HSB і HSV, надайте віповіді на питання:
  + Як кодується колір у моделях HSB та HSV?
  + Яке візуальне подання зазначених моделей?
  + З чим пов’язана зручність використання моделей HSB та HSV для редагування цифрових зображень?
* Опишіть колірну модель CIE LAB, поясніть причини її створення, особливості і напрямки застосування.
* Що таке колірний профіль пристроїв графічного виведення? З якою метою він використовується?

*Література до теми 4:* [3–5, 7, 8, 10, 14].

*Корисні посилання за темою:*

<https://sites.google.com/view/distance-informatics->

<http://surl.li/cuaq>

<https://evopack.com.ua/vidminnosti-kolirnyh-modelej-rgb-cmyk-hsb/>

<https://stud.com.ua/43362/informatika/kolirni_modeli_cmyk>

<https://cases.media/article/kolirna-model-hsb>

<https://helpx.adobe.com/ua/photoshop/using/color-modes.html>

<https://helpx.adobe.com/ua/photoshop/using/duotones.html#about_duotones>

## Тема 5

***Геометричні задачі комп’ютерної графіки***

При опрацюванні теми слід звернути увагу на основні означення, поняття та класи задач обчислювальної геометрії. Для розуміння матеріалу теми необхідно актуалізувати знання щодо оцінки складності алгоритмів та задач, структур даних, які можна застосовувати для подання вхідної інформації про просторові сцени у геометричних задачах комп’ютерної графіки.

Особливої уваги заслуговують такі геометричні задачі:

* задача регіонального пошуку, метод локусів;
* задача належності точки заданому полігону, метод смуг;
* задача орієнтації точки відносно полігону;
* метод деталізації тріангуляції; побудова опуклих оболонок навколо заданої множини точок (метод обходу Грехема, метод Джарвіса);
* визначення взаємного розташування ліній та поверхонь;
* визначення перетинів ліній та поверхонь;
* генерація простих багатокутників;
* тріангуляція поверхні полігону;
* видимість точок, ліній, граней, просторових форм.

Також важливим є знайомство з загальними підходами теорії алгоритмів, які застосовуються для побудови ефективних алгоритмів розв’язання геометричних задач: «розділяй і володарюй», метод балансування, рекурсія, динамічне програмування.

*Контрольні питання і навчальні завдання до теми 5:*

* Які типи структур використовуються для опису вхідних даних під час побудови геометричних алгоритмів?
* Яким вимогам повинні задовольняти зазначені структури?
* Які типи багатокутників вам відомі?
* Як можна визначити орієнтацію точки відносно полігона? Що таке габаритний тест? У чому суть кутового тесту?
* До яких типів належать задачі, що виникають в обчислювальній геометрії?
* Що називають запитом і файлом у задачах геометричного пошуку?
* Що таке унікальний та масовий запит?
* Сформулюйте задачу локалізації точки.
* Сформулюйте задачу регіонального пошуку.
* З яких оцінок складається загальна оцінка обчислювальної складності задачі геометричного пошуку?
* Що таке метод локусів і для яких задач застосовується даний метод?
* За який час у найкращому випадку можна встановити належність заданої точки внутрішній області простого багатокутника? Скільки пам’яті потрібно при цьому на подання вхідних даних? Який час потрібен на попередню підготовку вхідної інформації?
* Для яких задач застосовується метод ланцюгів?
* Що таке плоский прямолінійний граф і для чого він використовується в обчислювальній геометрії?
* Охарактеризуйте метод смуг: призначення, до яких багатокутників може бути застосованим, яка обчислювальна складність методу (час обробки запиту, час передобробки вхідних даних, витрати пам’яті на зберігання вхідних даних).
* Охарактеризуйте метод деталізації тріангуляції (метод Киркпатрика): призначення, до яких багатокутників може бути застосованим, яка обчислювальна складність методу (час обробки запиту, час передобробки вхідних даних, витрати пам’яті на зберігання вхідних даних).
* Які методи побудови опуклих оболонок вам відомі?
* Опишіть послідовність дій під час застосування методу обходу Грехема до побудови опуклої оболонки. Яка обчислювальна складність даного підходу?
* Метод Джарвіса ( алгоритм загортання подарунка): призначення, особливості у порівнянні з обходом Грехема, обчислювальна складність.
* Як ставиться задача пошуку найближчого сусіда і де застосовується?
* Сформулюйте постановку задачі тріангуляції для множини точок на площині.

*Література до теми 5:* [1, 9, 11, 13, 14].

*Корисні посилання за темою:*

<http://choippo.cn.sch.in.ua/navchaljni_temi/algoritmi_obchislyuvaljnoi_geometrii/>

<https://ddpu.edu.ua/fizmatzbirnyk/2010/p122-126.pdf>

<http://cg.unicyb.kiev.ua/contents.html>

## Тема 6

***Базові геометричні перетворення***

Для засвоєння теми потрібно застосувати знання з курсу «Аналітичної геометрії» щодо геометричних перетворень на площині і у просторі. Розгляньте послідовність геометричних перетворень, які дозволяють отримати екранний образ просторової сцени, і системи координат, які їм відповідають.

Слід звернути увагу на різновиди систем координат, які використовуються у процесі побудови екранного образу просторової сцени (локальні, світові, видові, екранні системи координат). Важливими у темі також є поняття лінійних та нелінійних, вироджених та невироджених перетворень.

*Контрольні питання і навчальні завдання до теми 6:*

* Дайте визначення поняттю *геометричне перетворення*. Які типи перетворень вам відомі?
* За яких умов *N* векторів утворюють базис?
* Що таке лінійні / нелінійні перетворення?
* Наведіть приклади нелінійного перетворення.
* Яке перетворення називають виродженим / невиродженим?
* Коли є можливим провести зворотне перетворення?
* Наведіть приклад афінного перетворення на площині / у просторі.
* Наведіть приклад (математичний опис) виродженого перетворення на площині / у просторі.
* Які типи систем координат використовуються у комп’ютерній графіці і яке їх призначення? Що таке ліва / права система координат?
* Перетворення з якої у яку систему координат є виродженим?
* Що таке *однорідні координати* і з якою метою вони використовуються у комп’ютерній графіці?
* Назвіть переваги і недоліки переходу у розширений простір (використання однорідних координат).
* Як здійснюється операція зсуву на площині / у просторі? Задайте матричний опис цієї операції із застосуванням однорідних координат.
* Як здійснюється операція обертання на площині / у просторі? Що таке лівий і правий поворот? Задайте матричний опис цієї операції із застосуванням однорідних координат.
* Надайте матричний опис операції масштабування на площині і у просторі.
* Як описати складне геометричне перетворення?

*Література до теми 6:* [4, 10–12].

*Корисні посилання за темою:*

<https://subject.com.ua/textbook/mathematics/10klas_14/46.html>

## Тема 7

***Проеціювання. Основні типи проекцій у комп’ютерній графіці.***

Операція проеціювання є основою для створення екранного образу просторової сцени. В залежності від призначення комп’ютерного зображення можуть бути задіяні різні типи проекцій. Під час опрацювання матеріалу теми слід проаналізувати класи проекцій, особливості їх побудови, напрямки використання різних типів проекцій. Для можливості програмної реалізації необхідно ознайомитися з математичним описом плоских геометричних проекцій.

*Контрольні питання і навчальні завдання до теми 7:*

* До якого типу геометричних перетворень відносять проеціювання? Чому?
* Що таке проектори? Картинна площина?
* У чому різниця між паралельними і центральними проекціями?
* Назвіть основні властивості паралельного проеціювання.
* Назвіть основні властивості центрального проеціювання.
* Як слід розташувати картинну площину і проектори по відношення до об’єкту, якщо потрібно отримати аксонометричну проекцію?
* Опишіть послідовність дій у процесі створення фронтальної, горизонтальної і профільної проекцій.
* Яка кількість точок сходу може бути застосована під час побудови центральної проекції?
* Поясніть різницю між триметричною, диметричною ті ізометричною проекціями. Що між ними спільного?
* Що таке кавальєрна проекція і де вона використовується?
* До якого типу проекцій відноситься кабінетна проекція?
* Запишіть матрицю центрального проеціювання.
* Що таке зворотна перспектива?
* Опишіть процес отримання косокутної проекції.
* Розв’яжіть задачу відображення прямокутного вікна у центрі екрану пристрою виведення.

*Література до теми 7:* [4, 10–12].

*Корисні посилання за темою:*

## Тема 8

***Базові алгоритми растерізації***

***Алгоритми розгортки растрових лінії. Пряме обчислення координат та інкрементні алгоритми. Алгоритми Брезенхема для лінії. Алгоритм Брезенхема для кола та еліпса***

При опрацюванні теми слід звернути увагу на основні етапи формування обчислювальної геометрії як математичної бази комп’ютерної графіки і взаємозв’язок між зазначеними науковими напрямками.

*Контрольні питання і навчальні завдання до теми 8:*

* Коли були закладені теоретичні основи для формування обчислювальної

*Література до теми 8:* [4, 10–12].

*Корисні посилання за темою:*

<http://ni.biz.ua/3/3_6/3_65076_bazovie-rastrovie-algoritmi.html>

## Тема 9

***Задача графічного виводу фігур. Алгоритми зафарбовування пікселями та лініями. Алгоритми заповнення з використанням математичного опису контуру***

При опрацюванні теми слід звернути увагу на основні етапи формування обчислювальної геометрії як математичної бази комп’ютерної графіки і взаємозв’язок між зазначеними науковими напрямками.

*Контрольні питання і навчальні завдання до теми 9:*

* Коли були закладені теоретичні основи для формування обчислювальної

*Література до теми 9*

## Тема 10

***Задачі інтерполяції й апроксимації у комп’ютерній графіці. Поняття сплайну. Ермітов кубічний інтерполянт. Сплайн Катмула-Рома. Крива Безьє***

При опрацюванні теми слід звернути увагу на основні етапи формування обчислювальної геометрії як математичної бази комп’ютерної графіки і взаємозв’язок між зазначеними науковими напрямками.

*Контрольні питання і навчальні завдання до теми 10:*

* Коли були закладені теоретичні основи для формування обчислювальної

*Література до теми 10*

[*https://itce.vntu.edu.ua/index.php/itce/article/view/771*](https://itce.vntu.edu.ua/index.php/itce/article/view/771)

[*https://artline.ua/uk/news/vidy-sglazhivaniya*](https://artline.ua/uk/news/vidy-sglazhivaniya)

[*https://blog.aspose.com/uk/drawing/antialiasing-in-csharp/*](https://blog.aspose.com/uk/drawing/antialiasing-in-csharp/)

## Тема 11

***Моделі опису поверхонь. Аналітична модель поверхні. Векторна полігональна модель. Воксельна модель***

При опрацюванні теми слід звернути увагу на основні етапи формування обчислювальної геометрії як математичної бази комп’ютерної графіки і взаємозв’язок між зазначеними науковими напрямками.

*Контрольні питання і навчальні завдання до теми 11:*

* Коли були закладені теоретичні основи для формування обчислювальної

*Література до теми 11*

## Тема 12

***Методи реалістичної візуалізації тривимірних сцен. Каркасна візуалізація. Показ із видаленням невидимих точок. Сортування граней за глибиною. Метод плаваючого горизонту. Метод Z-буфера***

При опрацюванні теми слід звернути увагу на основні етапи формування обчислювальної геометрії як математичної бази комп’ютерної графіки і взаємозв’язок між зазначеними науковими напрямками.

*Контрольні питання і навчальні завдання до теми 12:*

* Коли були закладені теоретичні основи для формування обчислювальної

*Література до теми 12*

[*https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fitki/8romanyuk\_komp\_grafika/zmg1/zmg/45.htm*](https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fitki/8romanyuk_komp_grafika/zmg1/zmg/45.htm)

[*http://um.co.ua/7/7-9/7-94982.html*](http://um.co.ua/7/7-9/7-94982.html)

[*https://er.nau.edu.ua/bitstream/NAU/36345/5/06\_3D\_%D0%9A%D0%9B.pdf*](https://er.nau.edu.ua/bitstream/NAU/36345/5/06_3D_%D0%9A%D0%9B.pdf)

## Тема 13

***Методи зафарбовування тривимірних об’єктів. Моделі відбиття світла: дзеркальне відбиття, дифузне відбиття світла. Метод Гуро. Метод Фонга. Методи трасування променів***

При опрацюванні теми слід звернути увагу на основні етапи формування обчислювальної геометрії як математичної бази комп’ютерної графіки і взаємозв’язок між зазначеними науковими напрямками.

*Контрольні питання і навчальні завдання до теми 13:*

* Коли були закладені теоретичні основи для формування обчислювальної

*Література до теми 13*

## ПРИКЛАДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

**Задача 1.**

Побудувати матрицю перетворення просторових координат для обертання об'єктів навколо прямої, напрям якої співпадає з вектором *m*(2; 1; 0), пряма проходить через точку P(2; 2; -1). Обчислити координати точки А(2; 3; 1) після повороту на кут 90°.

*Розв’язання:*

1. Обчислимо одиничний вектор, що задає напрям прямої обертання. ЇЇ напрям задано вектором *m*(2; 1; 0), довжина якого дорівнює 2,236*.* Визначаємо відповідний вектор одиничної довжини(0.89; 0.45; 0), його координати – це косинуси кутів між осями координат і прямою. Для того, щоб пряма обертання співпала з деякою координатною віссю, потрібно буде виконати відповідний поворот. Матрицю обертання обираємо в залежності від того, яка з компонент направляючого вектора дорівнює нулю. У даному випадку вектор належить площині XOY, тому обертання треба виконати навколо осі Z до співпадіння вектору з координатною віссю Х.
2. Спочатку потрібно перенести центр системи координат у точку P(2; 2;- 1). Матриця зсуву:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| -2 | -2 | 1 | 1 |

1. Матрицю обертання навколо осі Z до співпадіння вектору з координатною віссю Х:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0,89 | -0,45 | 0,00 | 0,00 |
| 0,45 | 0,89 | 0,00 | 0,00 |
| 0,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 |
| 0,00 | 0,00 | 0,00 | 1,00 |

1. З урахуванням того, що пряма тепер співпадає з віссю Х, знаходимо відповідну матрицю обертання на кут 90°:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,00 | 0,00 | -1,00 | 0,00 |
| 0,00 | 1,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,00 | 0,00 | 0,00 | 1,00 |

1. Матриця зворотного обертання:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0,89 | 0,45 | 0 | 0 |
| -0,45 | 0,89 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |

1. Матриця зворотного зсуву:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 2 | -1 | 1 |

1. Знаходимо нові координати точки А після обчислення матриці складного перетворення.

*Відповідь:* А’( 1.5; 4.0; -1.9).

**Задача 2.**

Знайти нові просторові координати відрізку PQ після віддзеркалення його відносно площини 3x+6=0. Координати кінців відрізку до перетворення:

P(4, 1, 2), Q(-1, 2, 1).

*Розв’язання:*

Зверніть увагу, що ненульовим є тільки один коефіцієнт рівняння площини. Подумайте, що це за площина. У задачах на контрольній роботі можуть бути різні варіанти!

У даному випадку рівняння площини 3х+6=0. Тобто, вона перпендикулярна до осі Х та перетинає її у х=-2. Для того, щоб площа віддзеркалення стала координатною, потрібно виконати зсув ( щоб x’=0).

1. Матриця зсуву:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 |

1. Матриця віддзеркалення:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| -1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |

1. Матриця зворотного зсуву:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| -2 | 0 | 0 | 1 |

*Відповідь:* P’(-8, 1, 2), Q’(-3, 2, 1).

**Задача 3.**

Відрізок А’В’ отримано обертанням відрізку АВ навколо точки P ( -2; -2) на кут α = -600 . Знайдіть координати кінців відрізку А’В’ з точністю до 1 десяткового знаку, якщо А( 2; 0), В( 0; 2).

*Розв’язання:* Записуємо матриці послідовності дій.

1. матриця зсуву початку системи координат у точку Р:

Поточні координати кінців відрізку : А(1)( 4; 2), В(1) ( 2; 4).

1. матриця обертання навколо Р':

Поточні координати кінців відрізку : А(2)( 3.73; -2.5), В(2) ( 4.46; 0.27).

1. матриця зворотного зсуву:

Поточні координати кінців відрізку : А(3)( 1.73; -4.5), В(3) ( 2.46; -1.73).

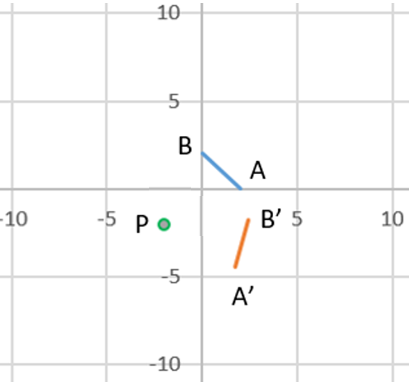


Рис 1. *Візуалізація розв’язку задачі 3*

*Відповідь:* А’( 1.7; -4.5), В’ ( 2.5; -1.7).

**Задача 4.**

Матова поверхня -3х+4y+z+3=0 освітлена джерелом I0 =100, яке розташоване у точці S(3; 3; -1). Обчислити яскравість I розсіяного світла від поверхні у точці А(-2; -1; -5). Фонова складова освітлення відсутня, kd=1.

*Розв’язання:* Поверхня матова, тому використовуємо закон Ламберта.

1. Переносимо початок системи координат у точку А, визначаємо нові координати вектору, спрямованого на джерело світла S’:
2. Обчислюємо косинус кута між напрямом на джерело S’ (5; 4; 4) та нормаллю до поверхні N (-3; 4; 1):
3. Тепер маємо все необхідне для використання закону Ламберта:

*I= I0\*cosθ=13.0*

*Відповідь:* яскравість розсіяного світла від поверхні у точці А дорівнює 13.0.

*Примітка*: Поверхня, на яку падає світло, може бути задана інакше, наприклад через координати вершин полігону. Тоді потрібно знайти нормаль за допомогою векторного добутку векторів, що належать грані.

Наприклад, для цієї задачі це можуть бути вершини:

K(-3; -2; -4), L( 1; 1;-4), M(2; 1; -1).

Тоді (вектори KM та KL):

Тобто, після ділення на 3, отримаємо такі координати нормалі до площини: (-3; 4; 1)

## ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Анісімов В.А., Терещенко В.М., Кравченко І.В. Основні алгоритми обчислювальної геометрії: Навч. посібн. – К.: Київський університет, 2002. – 82 с.
2. Брюханова Г.В. Комп’ютерні дизайн-технології. – Центр навчальної літератури. – 2019. – 180 с.
3. Василюк А., Мельникова Н. Комп'ютерна графіка: Навч. посібн. – Львів: «Львівська політехніка». – 2016. – 308 с.
4. Верма Р. Д. Введение в Open GL. – 2-еизд.. – М.:Горячая линия. –Телеком, 2011. – 304 с.
5. Веселовська Г.В., Ходакова В.Є.: Компютерна графіка. Навч. пос. - К.: Кондор, 2015. - 584 с.
6. Горобець С.М. Основи комп’ютерної графіки: Навч. посібн. – К.: Центр навчальної літератури, 2006. – 232 с.
7. Девис Т. OpenGL. Руководство по программированию. Библиотека программиста. / Т.Девис, Ву М., Дж.Нейдер, Д.Шрайнер. – СПб.: Питер, 2006. – 624с.
8. Журавчак Л.М. Програмування комп’ютерної графіки та мультимедійні засоби: навч.посібник / Л. М. Журавчак, О.М. Левченко. – Львів: Видавництво політехніки, 2019. – 276 с. ISNB 978-966-941-276-8.
9. Комп’ютерна графіка: конспект лекцій / Укладач: Скиба О.П. – Тернопіль: Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, 2019. – 88 с.
10. Комп'ютерна графіка: навчальний посібник: в 2-х кн. Кн. 1. / Укладачі: Тотосько О. В., Микитишин А. Г., Стухляк П. Д. Тернопіль: Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, 2017. 304 с.
11. Ласло М. Вычислительная геометрия и компьютерная графика на C+. – БИНОМ. – 1997. – 301 с.
12. Михайленко В.Є. Інженерна та комп’ютерна графіка: підручник для студентів ВНЗ / В.Є. Михайленко, В.В. Ванін, С.М. Ковальов,; за ред. В.Є. Михайленка. – К.: Каравела, 2012. – 368 с.
13. Никулин Е.А. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. - 576 с.: ил.
14. Пічугін М.Ф., Канкін І.О., Воротников В.В. Комп'ютерна графіка / Навч. посібник для вищ.навч.закл. – Центр навчальної літератури. –2019. – 346 с.
15. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: Введение: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 478 с.
16. Різник О.Я. Основи комп’ютерної графіки: курс лекцій / О.Я. Різник. – Львів: Видавництво Лівовської політехніки, 2012. – 220 с.
17. Сирота С. Основи обчислювальної геометрії: Конспект лекцій дисципліни «Обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка» для напряму підготовки "Прикладна4, математика" / Сирота С. В., Ліскін В. О. ; Нац. техн. ун-т України "Київ. політехн. ін-т". — Київ : Просвіта, 2015. — 32 с. ISBN 978-617-7010-09-7.